

表面波伝播シミュレーションにおける粒子法の精度評価

武川順一*・三ヶ田均*・後藤忠徳*

要 旨

複雑な地表面形状を有する地盤モデルに対して、精度よく地震波伝播シミュレーションをおこなうことは、物理探査の分野だけでなく地震防災や土木分野においても重要なことである。現在、rotated staggered grid (RSG) を用いた差分法 (FDM-RSG) により任意形状の地表面を導入することは容易であるが、十分な精度でそれを実現するには波長の長さに対して十分細かい格子を設定する必要があるが、実際の地形を考慮した地震動シミュレーションをおこなうには多くの計算機資源を必要とするのが現状である。一方、粒子法による地震波動伝播シミュレーションも近年おこなわれており、自由境界条件の導入の容易さなどから表面波伝播シミュレーションに適用されてきているが、その精度に関してはまだ詳細に検討されていない。そこで本研究では、粒子法の一つである Hamiltonian particle method (HPM) を用いた表面波伝播シミュレーションをおこない、解析解や差分法による解と比較することでその精度を詳細に検討し、表面波伝播の再現性に対する粒子法の優位性を示す。

解析モデルとして等方均質弾性体の半空間を設定し、Lamb の問題を解くことで解析解との比較をおこなう。自由表面が規則的な粒子・格子配置に沿って設定されているとき、粒子法・FDM-RSG による結果は解析解とよい一致を示した。しかし、自由表面と格子配置がある角度を持って設定されているとき、すなわち階段状に地表面を設定したとき、FDM-RSG では解析解との誤差が大きくなった。一方、粒子法による結果は FDM-RSG による結果よりも誤差は少なく、比較的精度よく表面波伝播を再現できることがわかった。また、振源周波数と伝播距離がどのように精度に影響するかも調べた結果、粒子法は FDM-RSG よりも少ない粒子数でより遠くまで精度良く表面波を再現できることを明らかにした。

キーワード：粒子法・表面波・数値シミュレーション・自由表面

1. 緒言

複雑な地表面形状を有する地盤モデルに対する地震波動伝播シミュレーションを精度よくおこなうことは、物理探査の分野だけでなく地震防災や土木分野などにおいても重要なことである。従来から、地震波動伝播シミュレーションには差分法 (Finite Difference Method: FDM) が広く用いられており、自由境界条件の導入には imaging method が適用されることが多かった (例えば、Levander, 1988; Graves, 1996)。これは、地表面における応力の法線方向成分をゼロにする方法であり、主に

水平な地表面 (規則的に配置された差分格子に沿った地表面) に対して適用されてきた。その後、Saenger et al. (2000) により提案された Rotated Staggered Grid (RSG) を用いた自由境界の導入 (heterogeneous approach) がおこなわれ、Bohlen and Saenger (2006) により表面波の再現精度について imaging method との詳細な比較がなされている。RSG を用いた FDM (以下では FDM-RSG) では境界条件を陽に与える必要がなく、媒質定数を変化させるだけで任意の形状を有する自由境界が容易に導入できる。一方、十分な精度で表面波伝播を再現するためには最小波長内に少なくとも 60 以上の

20XX年XX月XX日原稿受付；20XX年XX月XX日受理

* 京都大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻
〒615-8540 京都市西京区京都大学桂

計算グリッドが必要であるとされている (Bohlen and Saenger, 2006)。このため、現実の地形を考慮したシミュレーションを精度良くおこなうためには、非常に多くの計算コストがかかるのが現状である。

一方で、格子ではなく粒子を用いて解析対象を離散化する粒子法による地震波伝播シミュレーションもおこなわれており、実体波や表面波の再現精度が検討されている (例えば, Toomey and Bean, 2000; O' Brien et al., 2009)。また, O' Brien and Bean (2011) では、不規則な粒子配置でも異方性や不均質性があらわれない地震波シミュレータを開発している。Takekawa et al. (2011a) では、Hamiltonian particle method (HPM) (Suzuki and Koshizuka, 2008) と呼ばれる粒子法を用いて、FDM-RSG と同様に任意の地表面形状を有するモデルに対しても容易に表面波伝播シミュレーションがおこなえることが示された。しかし、その再現精度に関してはまだ詳細に検討されておらず、要求される精度に対してどの程度の粒子分割をおこなえばよいかわかっていない。また、HPM では規則的な正方形格子状の粒子配置以外でも簡便に計算がおこなえる利点があるが、粒子配置の違いが計算精度に与える影響についても検討されていない。

そこで本研究では、Takekawa et al. (2011a) によりおこなわれた HPM による表面波伝播シミュレーションについて、その再現精度を詳細に検討することで、HPM の FDM-RSG に対する優位性を示す。具体的な検討内容としては、傾斜した地表面に対して、階段状の粒子配置で地表面を表現した場合と、Takekawa et al. (2011a) のように地表面に沿うように粒子位置をずらして配置した場合でどのように精度に影響が出るかを検討する。また、振源周波数や受振器までの距離を変化させて、最小波長内にどの程度の粒子を配置すれば、どの程度の伝播距離まで十分な精度が保たれるかを評価する。これらを定量的に把握しておくことは、大規模な計算モデルに対して現実的な計算機資源内で信用できる地震記録を作成する上で必須である。

本研究では、まず粒子法の概要を簡単に説明する。その後、Lamb の問題を用いて表面波伝播のシミュレーションをおこない、計算結果を解析解と比較する。参照として FDM-RSG による数値解との精度比較もおこなう。最初に水平な (規則的に配置された粒子・格子配置に沿って設定された) 地表面を有するモデルに対して計算をおこない、続いて傾斜した地表面を有するモデルに対する計算をおこなう。粒子法で傾斜した地表面を表現する方法として、階段状に粒子を配置する方法と、地表面に沿うように粒子配置をずらす 2 つの方法を適用する。これらの方法については後の章で詳述する。その後、振源周波数と受振器までの距離を変化させ、最小波長内の粒

子数と伝播距離の変化に対してどのように精度が変化するかを検討する。

2. 手法

本章では、HPM による地震波動伝播の計算方法について解説する。粒子法では、格子や要素を用いずに粒子で解析対象を離散化する。最終的には粒子間の相互作用を考慮した粒子毎の運動方程式が得られるのだが、この具体的な形は手法によって異なり、それが手法の特徴をあらわすことになる。HPM では、式(1)を用いて各粒子 i の位置における変形勾配テンソル \mathbf{F}_i を計算する。

$$\mathbf{F}_i = \sum_j \mathbf{r}_{ij}^0 \otimes \mathbf{r}_{ij} \mathbf{w}_{ij} \mathbf{A}_i^{-1} \quad (1)$$

$$\mathbf{A}_i = \sum_j \mathbf{r}_{ij}^0 \otimes \mathbf{r}_{ij}^0 \mathbf{w}_{ij} \quad (2)$$

ここで、 \mathbf{r}_{ij}^0 と \mathbf{r}_{ij} は初期配置と現配置における粒子 i, j 間の相対位置ベクトルであり、 \mathbf{w}_{ij} は重みである。また、 $\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}$ はベクトル \mathbf{a} とベクトル \mathbf{b} のテンソル積を表す。重みは Moving Particle Semi-implicit (MPS) 法 (例えば, Chikazawa et al., 2001) と同様に粒子間距離により決定される。本研究では以下の式で重みを計算した。

$$\mathbf{w}_{ij} = \frac{\mathbf{r}}{r_e} - 1 \quad (3)$$

ここで、 \mathbf{r} は粒子間距離を表す。 r_e は影響半径と呼ばれ、相互作用する近傍粒子を決定する。式(1), (2)内の総和は影響半径内の全ての粒子に対して取られる。各粒子の影響半径は以下の式で計算される。

$$r_e = (r_{ei} + r_{ej}) / 2 \quad (4)$$

$$r_{ei} = \alpha d_i \quad (5)$$

r_{ei} と r_{ej} はそれぞれ粒子 i, j の影響半径であり、 d_i は粒子 i の半径である。 α は影響半径の大きさを決める係数であり、本研究では 1.9 を用いた。

式(1), (2)で計算された変形勾配テンソルから各粒子点上のひずみや応力を計算し、それを基に各粒子の運動方程式を導く。ここでは具体的な説明は省くが、詳細は文献で詳しく説明されているのでそちらを参照されたい (例えば, 近藤ほか, 2007; 近藤ほか, 2010)。

なお、本研究では Kondo et al. (2010) による局所的振動の抑制手法を用いており、その係数の値を適切に決めることで局所的振動が抑制されることが武川ほか (2011) により示されている。本研究では、係数の値を小刻みに変化させて計算をおこなうことで、局所的振動を生じない適切な値を試行錯誤的に決定した。

3. 計算モデル

本研究では、Fig.1(a)に示すようなモデルを用いて解析をおこなう。地中の一点に地表面と直行する方向の外力を与えることで振動を発生させ、伝播してきた地震波を振源と同じ深度に位置する受振器で受振する。载荷方向、受振する成分を地表面の傾斜角に伴って回転させることで、同一の解析解を使用することができる。地盤は等方均質な弾性体を仮定し、物性値としては Table 1 に示すような 2 種類の媒質を用いる。両者の違いは P 波速度であり、これらはポアソン比が 0.4 と 0.0 の媒質をそれぞれ表している。解析解と数値解の誤差評価には以下の式を用いる。

$$\text{Misfit} = \frac{\sum (S^{\text{NUM}}(t) - S^{\text{ANA}}(t))^2}{\sum (S^{\text{ANA}}(t))^2} \quad (6)$$

ここで、 $S^{\text{NUM}}(t)$ と $S^{\text{ANA}}(t)$ はそれぞれ数値解と解析解であり、得られた受振波形全体に対して総和を取るものとする。波形の誤差評価に関しては、式(6)による評価だと誤差を過大評価してしまうことが指摘されている（例えば、Kristekova et al., 2006）。しかし、過去の研究では式(6)による誤差評価が用いられることも多く、後の章において過去の研究で式(6)により得られた Misfit との比較をおこなう関係上、本研究では式(6)を誤差評価に用いることとする。

HPM で傾斜した地表面を表現する方法として、Fig.1(b),(c)に示すような 2 種類の方法を用いた。Fig.1(b)では、地表面より上部に位置する粒子を正方形の規則的な配置から単純に取り除くことにより達成される。一方、Fig.1(c)では、地表面の傾斜に沿うように粒子位置をずらして配置する。HPM では、このような正方形格子状でない粒子配置を用いても、特別な処理を必要とせず粒子の運動を計算することができる。今後、Fig.1(b)のように地表面を表現する場合を手法 A、Fig.1(c)のように表現する場合を手法 B とする。また、参照として計算する FDM-RSG では、Fig.1(d)に示すようなモデルを用いる。これは地表面より上部に位置するグリッドに真空を模擬した物性値 ($V_p = 0 \text{ m/s}$, $V_s = 0 \text{ m/s}$, $\rho = 0.00125 \text{ kg/m}^3$) を与えることで地表面を表現するものであり、heterogeneous approach と呼ばれる (Bohlen and Saenger, 2006)。この手法では、境界の位置を考慮して差分式を変更する必要がなく、物性を変化させるだけで任意形状の地形を簡便に表現することが可能である。差分の近似精度は時間・空間共に 2 次とした。これは、不連続な境界を 4 次差分で跨がないようにするためである。不連続な境界を跨いで高次の差分オペレータを適用した場合、計算精度が悪化することが過去の研究により

Table 1 The parameters used in the numerical simulations.

Parameters	Model A	Model B
V_p (m/s)	4522	2611
V_s (m/s)	1846	1846
ρ (kg/m ³)	2200	2200

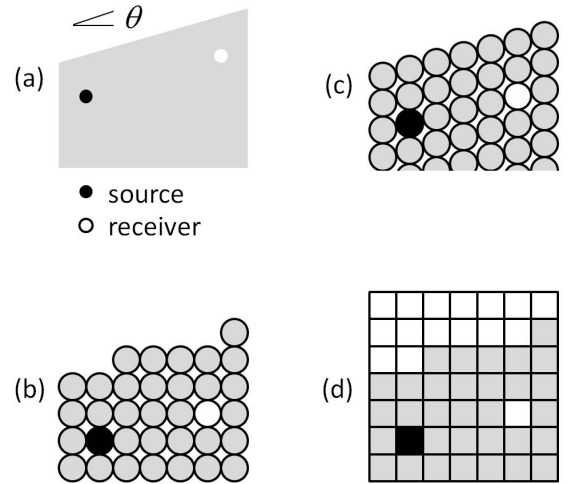


Fig.1. (a) Schematic figure of the geometry of the numerical model for the accuracy test. (b) Particle arrangement of method A. The particles above the free-surface is simply removed. (c) Particle arrangement of method B. (d) Grid cell arrangement of FDM-RSG. White cells upper the model represent vacuum region.

明らかにされている（例えば、Cunha, 1993; Bohlen and Saenger, 2006）。

HPM と FDM-RSG の粒子・格子間隔は 10 m とし、時間刻みは 1 ms とした。また、振源関数にはリッカーウェブレットを用いた。振源・受振器は深度 100 m の位置に設置した。本研究ではモデルの端に吸収境界条件は設定せずに、領域を十分広くとることでモデル境界からの反射波の影響を除去している。

4. 計算結果

4.1 傾斜角度の影響

本節では、地表面の傾斜角度が Fig.1 の各アプローチに対してどのように精度に影響するかを検討する。振源の中心周波数は 3 Hz とし、振源と受振器の距離は 3000 m とした。

4.1.1 水平な地表面

ここでは、地表面が水平な場合 ($\theta = 0^\circ$) の計算結果を示す。受振器で得られた地表面と直交する成分の変位波形を Fig.2 に示す。また、式(6)より計算される Misfit

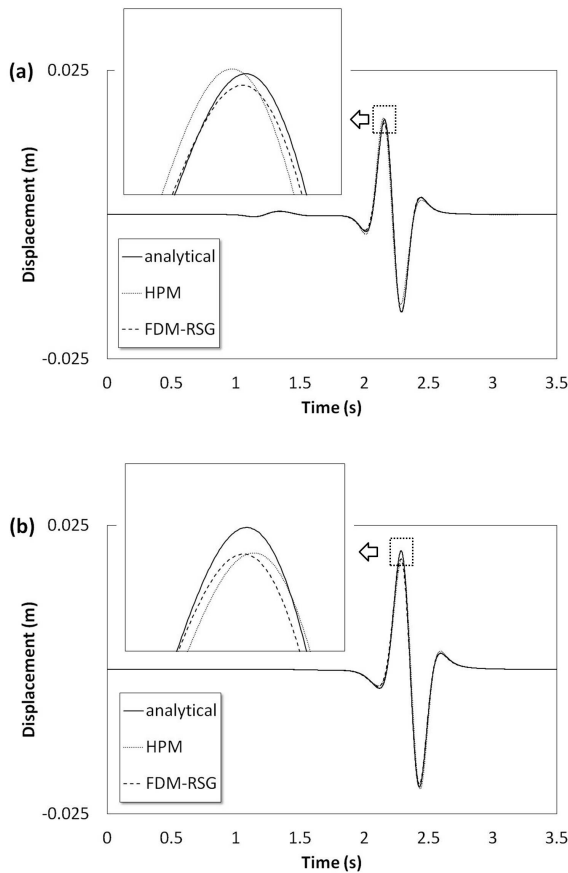


Fig.2. The seismograms for model A (a) and model B (b). Solid, dotted and broken lines depict analytical, HPM and FDM-RSG solutions, respectively.

を Table 2 に示す。 $\theta = 0^\circ$ のケースでは、手法 A, B 間で粒子配置の違いはないため、それらを区別せずに表示している。Fig.2 からは各波形の違いを識別することは難しく、両手法とも精度よく表面波の計算ができていたことがわかる。Table 2 より、FDM-RSG では両モデルに対して HPM よりも Misfit が小さくなっている。地表面が格子配置に沿って設定されているとき、FDM により精度良く表面波の伝播が計算できることは過去の研究でも示されており（例えば、Zahradnik et al., 1993）、本研究による結果は妥当であると思われる。以上の結果より、水平な地表面のみを有するモデルに対しては、同じ計算条件（格子間隔や時間刻みなど）では FDM-RSG に優位性があることが確認された。

4.1.2 傾斜した地表面

次に、地表面が傾斜した場合の計算結果を示す。傾斜角度は 15° 刻みで変化させ、 $-45^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ の範囲で計算をおこなった。物性値や格子間隔などの諸条件は、前項と同じものを用いている。

Fig.1 に示す各方法で傾斜した地表面を表現する場合、HPM と FDM-RSG では変数や媒質定数を定義している位置に違いがあるため、導入される地表面の位置はわず

Table 2 Misfits of HPM and FDM-RSG calculated by Eq. (6).

	Model A	Model B
HPM	0.0217	0.0099
FDM-RSG	0.0025	0.0035

かに違ってくる。これにより、振源・受振器の設置深度にも違いが生じることが考えられる。また、離散的に配置された粒子・格子点を振源または受振器位置として設定している関係上、それらの深度や距離を正確に設定することができず、最も近い粒子・格子を選んで振源・受振器位置としている。そのため、正確な位置から最大で半グリッド分位置がずれることとなる。本項で示す結果はこれらの影響による誤差も含まれることとなる。

上記によって生じる誤差の寄与がどの程度であるか調べるため、 $\theta = 0^\circ$ のケースにおいて受振器の位置を 1 グリッド分 (10 m) ずらして配置した時の解析解を計算し、元の解析解と比較することで、それによる誤差がどの程度のオーダーになるかを検討した。位置をずらす方向として、垂直・水平方向の 2 ケースを考える。すなわち、垂直方向にずらすケースでは受振器深度を 110 m とし、水平方向にずらすケースでは振源・受振器距離を 3010 m とする。上記 2 ケースの計算条件から得られる解析解を、元の条件より得られる解析解と比較したものが Fig.3 と Table 3 である。Fig.3 の拡大図からわかるように、垂直方向にずらすケースでは振幅が小さくなっており、水平方向にずらすケースでは位相に遅れが生じていることがわかる。式(6)による誤差評価では、振幅の誤差よりも位相ずれが大きく寄与することになるため、水平方向にずらすケースの方が大きな Misfit を示している。モデル間による差はあまりなく、Model A, B 共に水平方向にずらすケースで 1.3% 程度の Misfit となることがわかった。

Fig.4, 5 に HPM と FDM-RSG による変位波形と Misfit を示す。変位波形における振幅は見やすくなるように適当に調整をしている。図より、FDM-RSG では地表面が水平な場合と比較して解析解との誤差が非常に大きくなっており、Model B では最大で 40% を超える Misfit となっている。この誤差は Fig.3 で見られる誤差のオーダーに比べて十分に大きく、主に振源・受振器位置のずれではなく手法そのものに起因する誤差であることがわかる。

一方、HPM のケースでは地表面が傾斜したモデルに対しても、FDM-RSG より精度よく表面波の伝播が計算できている。手法 A では、Model B で特に大きな Misfit が表れており、 $\pm 15^\circ$ のケースでは 10% を超えている。波形を見てもわかるように、 $\pm 15^\circ$ と $\pm 30^\circ$ で表面波にわずかな位相遅れが生じており、これが大きな Misfit の原因になっている。Model B で Misfit が大きくなる原因

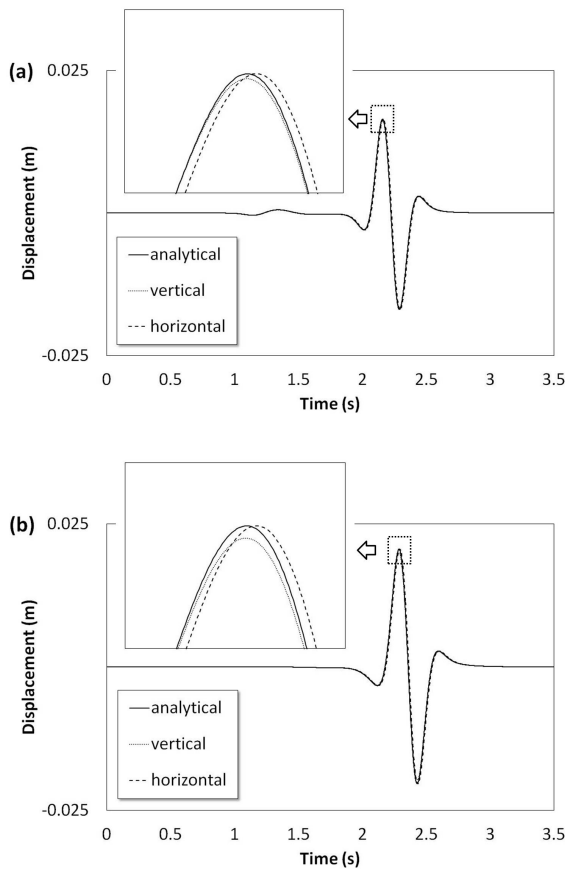


Fig.3. The seismograms calculated by analytical approaches with different conditions. “vertical” and “horizontal” mean the vertical and horizontal displacement, respectively. Areas squared at the peak of amplitudes in the figures are exaggerated in larger squares to demonstrate the amplitude difference between the analytical waveforms.

Table 3 Misfits of “vertical” and “horizontal” cases calculated by Eq. (6).

	Model A	Model B
vertical	0.0003	0.0010
horizontal	0.0137	0.0133

として、Model B の表面波伝播速度の方が Model A よりも遅いためであると考えられる。一方、手法 B では、どの角度においても Misfit は数%以内に収まっており、階段状配置である手法 A よりも精度良く表面波伝播の計算ができることがわかった。なお、Misfit 値が $\theta = 0^\circ$ で対称になっていない理由は、段差が現れる位置と振源・受振器の相対的な位置関係が、 θ が正負のときで異なるためである。いずれにせよ、HPM による表面波伝播シミュレーション結果は FDM-RSG によるものよりも解析解とよい一致を示しており、傾斜した地表面に対する表

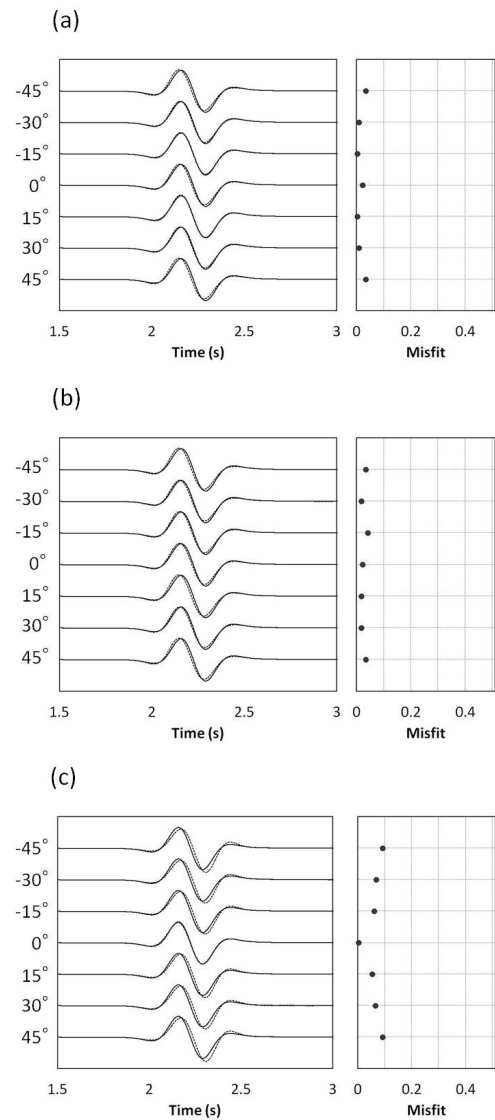


Fig.4. The seismograms and misfits calculated by HPM and FDM-RSG with a dipping planar free-surface for model A. Solid and dotted lines represent analytical and numerical seismograms, respectively. Solid circles in the right figures depict the misfits in HPM with the method A (a), in HPM with method B (b) and in FDM-RSG (c).

面波伝播再現性における HPM の優位性が示された。

続いて、FDM-RSG の格子間隔を上記より細かく設定し、どの程度の解像度があれば FDM-RSG で HPM と同程度の精度が得られるか検証した。Fig.6, 7 に、FDM-RSG の最小波長内に含まれる格子点数をそれぞれ約 40, 50 個とした時の変位波形と Misfit を示す。Fig.6 より、最少波長内の格子数が約 40 個のケースでは、Model B のいくつかの角度で Misfit が 10%を上回っている。一方、Fig.7 より、最少波長内の格子数を約 50 個まで増やせば、全ての角度において Misfit は 10%を下回る結果となった。Bohlen and Saenger (2006) による報

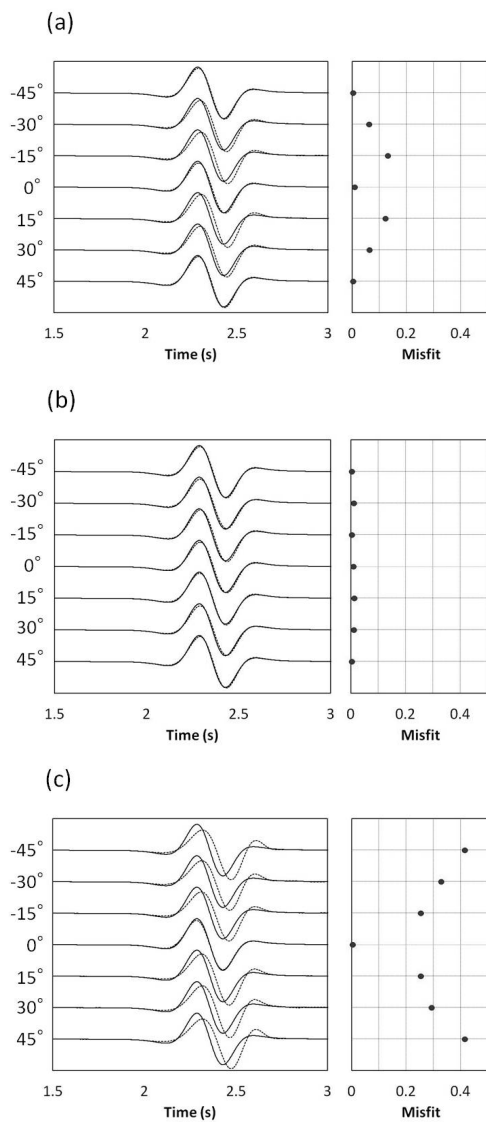


Fig.5. The seismograms and misfits calculated by HPM and FDM-RSG with a dipping planar free-surface for model B. Details are given in Fig.4.

告では、FDM-RSG で任意の角度で傾斜した地表面を有するモデルに対して十分な精度 ($Misfit < 10\%$) で表面波の計算をおこなうには、最小波長内に少なくとも約 60 個以上のグリッド点が必要であると結論している。次章でも検討するように、Misfit は伝播距離に応じて大きくなっていくため一概には言えないが、本研究の結果は先行研究と概ね一致するものとなった。以上の FDM-RSG による結果を HPM による結果と比較すると、HPM では手法 A でも FDM-RSG の半分程度の解像度で同程度の精度が得られることが分かった。

4.2 振源周波数と伝播距離の影響

地震波動伝播を数値計算によってシミュレーションするとき、波形は波動の伝播とともに崩れていくことが知られている。また、それは最小波長内に含まれる粒子

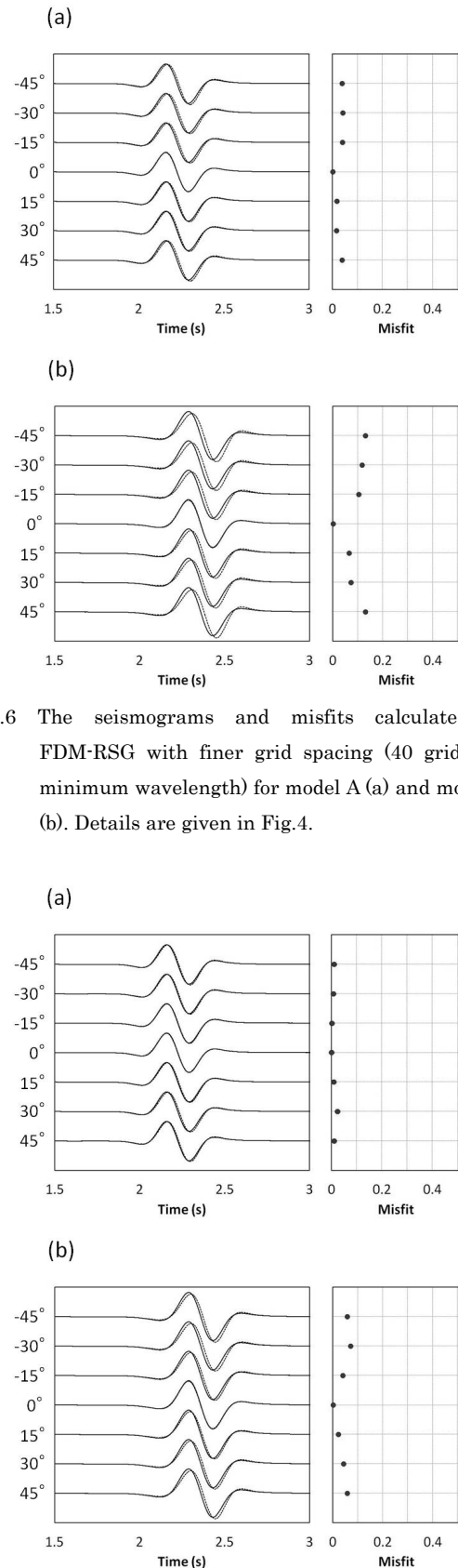


Fig.6 The seismograms and misfits calculated by FDM-RSG with finer grid spacing (40 grids per minimum wavelength) for model A (a) and model B (b). Details are given in Fig.4.

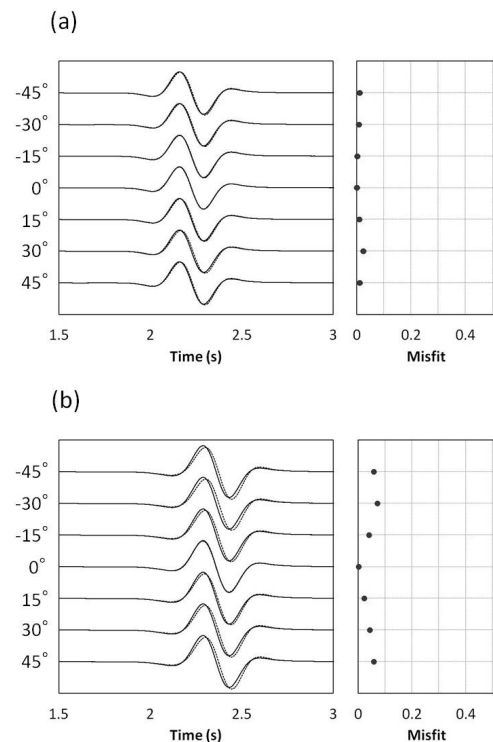


Fig.7 The seismograms and misfits calculated by FDM-RSG with finer grid spacing (50 grids per minimum wavelength) for model A (a) and model B (b). Details are given in Fig.4.

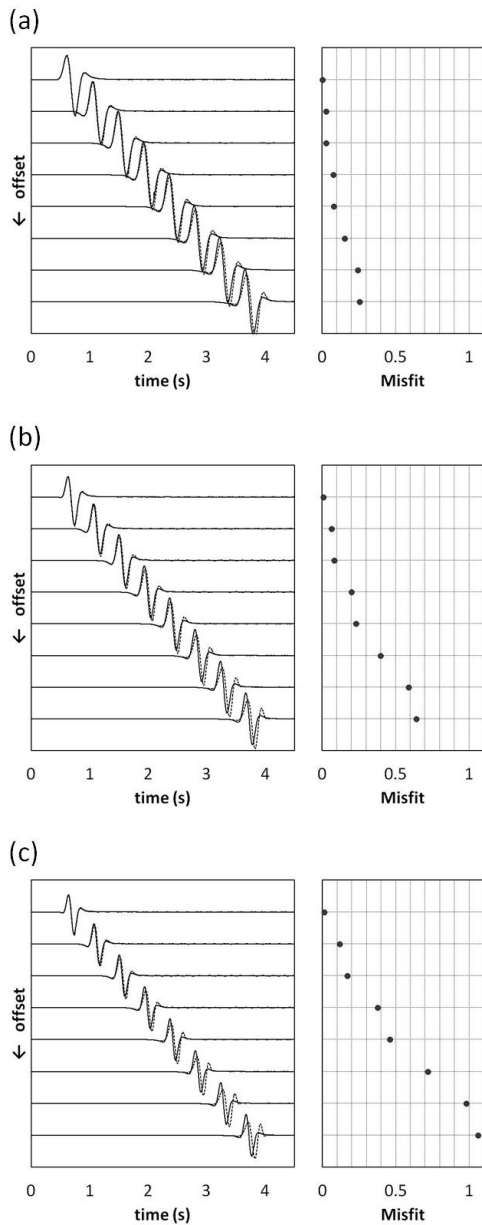


Fig.8. The seismograms and misfits calculated by HPM with method A for a dip of 15° . Solid and dotted lines are analytical and numerical seismograms, respectively. Filled circles are misfits. Source frequency is (a) 3 Hz, (b) 4 Hz and (c) 5 Hz.

数が少ないほど顕著となる。本節では、振源と受振器の距離を 300~5200 m まで 700 m 間隔で、振源の周波数を 3~5 Hz まで 1 Hz 間隔で変化させてシミュレーションをおこない、伝播距離と最小波長内の粒子数が精度にどのように影響を及ぼすか検討する。傾斜角については前節で誤差が大きくなった 15° と 30° のケースを対象とし、媒質も誤差の大きい Model B を対象とする。HPM による地表面の表現方法としては前節で手法 B の優位性が確認されたが、本節でも手法 A, B 両方を評価の対象とする。その理由として、格子状の粒子配置から単純に粒

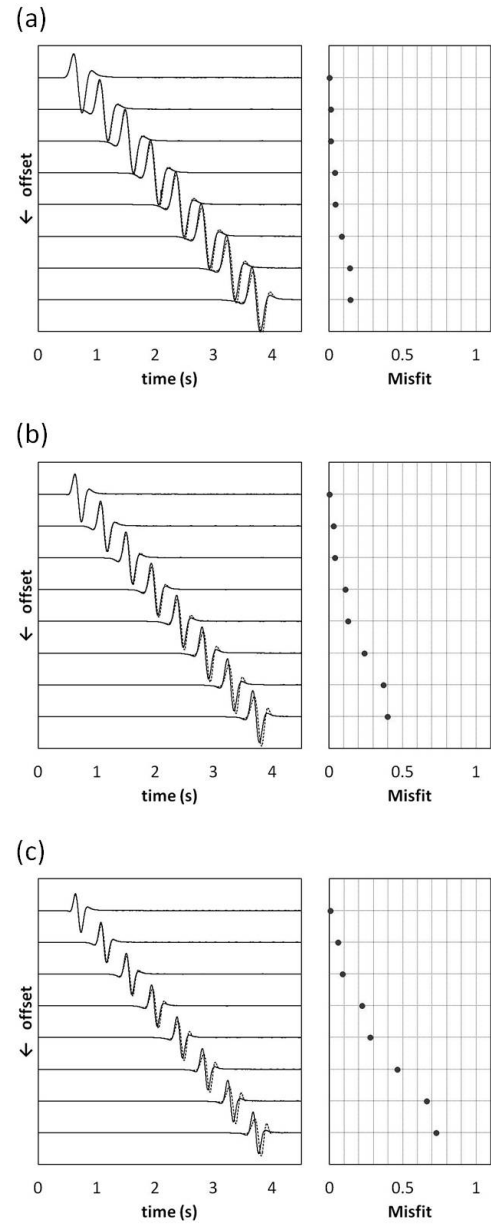


Fig.9. The seismograms and misfits calculated by HPM with method A. Dipping angle is 30° . Details are given in Fig.6.

子を取り除くだけで自由表面を表現できる手法 A はその適用が比較的簡便であり、精度を詳細に把握しておくことには意義があるからである。粒子間隔、時間刻みは前節と同様に設定する。なお、振源の中心周波数が 3, 4, 5 Hz のとき、本節のモデルにおける最小波長内の粒子数はそれぞれ約 19, 16, 12 個となる。

Fig.8-11 に変位波形と Misfit を示す。変位波形の振幅は見やすいように調整している。全てのケースにおいて、傾斜角が 15° の方が Misfit が大きくなっている。また、手法 A による解よりも、手法 B による解の方が全てのケースで Misfit が小さくなっている。以下に、振源周波数と伝播距離が精度に与える影響を見ていく。具体的にど

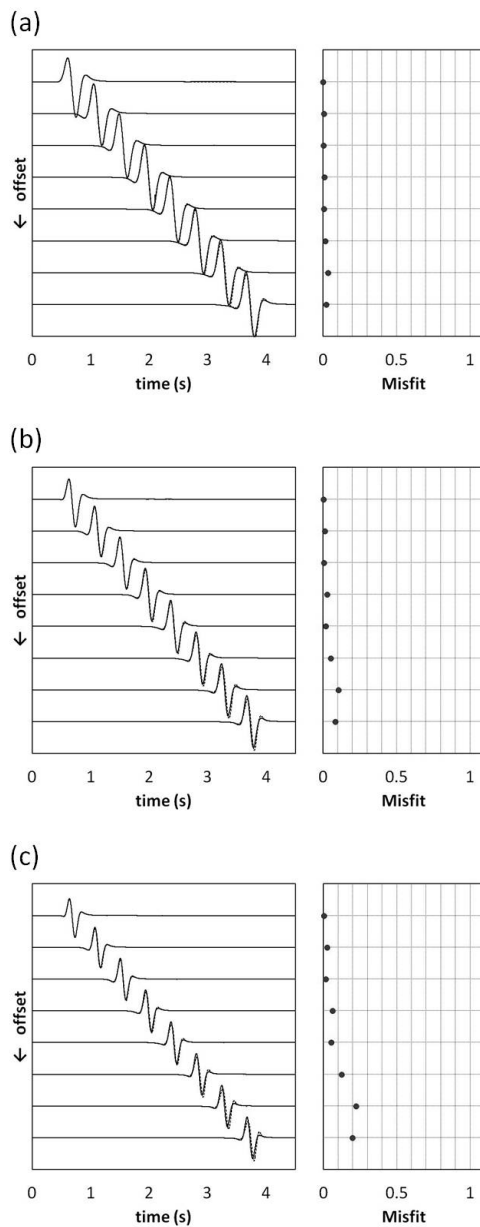


Fig.10. The seismograms and misfits calculated by HPM with method B. Dipping angle is 15° . Details are given in Fig.6.

の程度の精度が要求されるかは、対象とする問題によって異なってくると考えられるが、ここでは $Misfit < 10\%$ を達成するのに必要な粒子数と伝播距離について詳しく見ていく。

Fig.8 より、手法 A で傾斜角が 15° のケースにおいて、振源周波数が 3 Hz のケースでは、振源から 3100 m の受振器（最小波長の約 16 波長分）までは $Misfit$ が 10% 以下に収まっており、4 Hz のケースでは、1700 m の受振器（最小波長の約 12 波長分）まで、5 Hz では振源から 300 m の位置にある最も近い受振器（最小波長の約 3 波長分）のみ $Misfit$ が 10% 以下となった。傾斜角が 30° のケース (Fig.9) では、振源周波数 3 Hz のケースで 3800

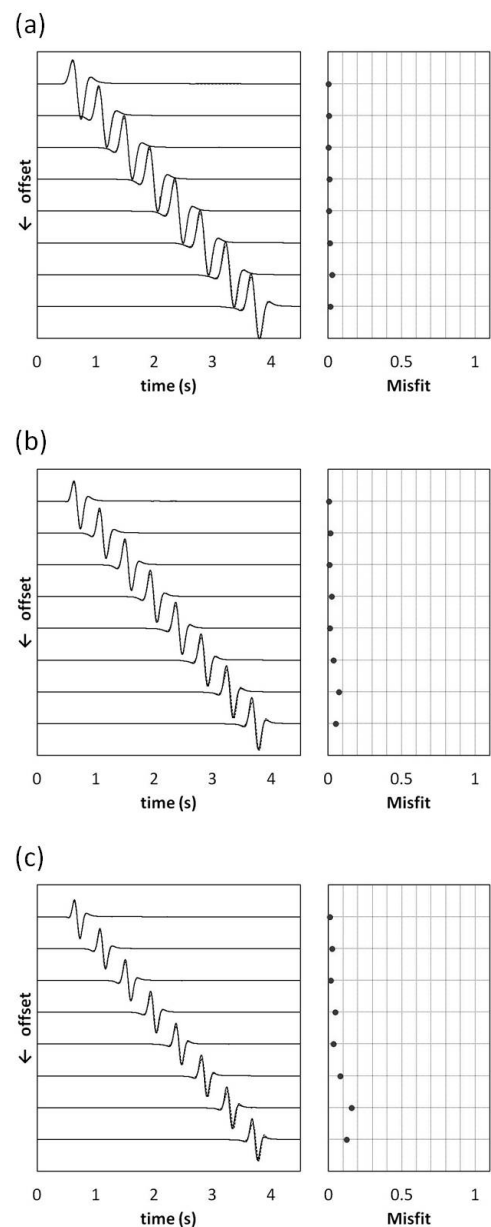


Fig.11. The seismograms and misfits calculated by HPM with method B. Dipping angle is 30° . Details are given in Fig.6.

m の受振器（最小波長の約 20 波長分）まで、4 Hz のケースで 1700 m の受振器（最小波長の約 12 波長分）まで、5 Hz のケースで 1700 m の受振器（最小波長の約 12 波長分）まで $Misfit$ は 10% 以内に収まっている。

続いて、手法 B による結果を見ていく。Fig.10 によると、傾斜角が 15° のケースでは振源周波数が 3 Hz のときに全ての受振器で $Misfit$ は 10% 以内に収まっている。振源周波数が 4 Hz のケースでは 3800 m の受振器（最小波長の約 26 波長分）まで、5 Hz のケースでは 3100 m の受振器（最小波長の約 27 波長分）まで $Misfit$ が 10% 以内に収まっている。一方、Fig.11 を見ると、傾斜角が 30° のケースでは、振源周波数が 3, 4 Hz のケースで全

Table 4 The result of misfit < 10 %. Symbols “○” and “×” mean satisfaction and unsatisfaction of misfit < 10 %, respectively.

Method	Frequency (Hz)	Offset distance (km)							
		0.3	1.0	1.7	2.4	3.1	3.8	4.5	5.2
A	3	○	○	○	○	○	×	×	×
	4	○	○	○	×	×	×	×	×
	5	○	×	×	×	×	×	×	×
B	3	○	○	○	○	○	○	○	○
	4	○	○	○	○	○	○	×	×
	5	○	○	○	○	○	×	×	×

ての受振器において Misfit は 10 % 以内となった。振源周波数が 5 Hz のとき、3800 m の受振器（最小波長の約 33 波長分）まで Misfit が 10 % 以内となった。

以上の結果を Table 4 にまとめる。表より、振源周波数が高くなればなるほど、振源・受振器間距離が離れれば離れるほど、計算精度が悪化していく傾向が確認された。Misfit < 10 % を達成するのに必要な条件は手法 A, B で大きく異なり、手法 A で振源周波数 3 Hz のケースと手法 B で振源周波数 5 Hz のケースでは、伝播距離に応じた精度の悪化はほぼ同程度となった。手法 B では最小波長内に 19 個の粒子があれば、最も遠い受振器（最小波長の約 27 波長分）でも Misfit は 0.2 % 程度となっており、Bohlen and Saenger (2006) により報告された FDM-RSG により必要となる格子数よりも少ない粒子数で、精度良く表面波伝播を計算できることがわかった。

5. まとめ

本研究では、HPM による表面波伝播シミュレーションにおける精度を、Lamb の問題を用いて解析解や FDM-RSG による数値解と比較することで詳細に検討した。

地表面が水平な場合（規則的に配置された格子に沿っている場合）、HPM と FDM-RSG 解は共に解析解と良い一致を示した。しかし、傾斜した地表面を規則的な正方形格子で階段状に表現する場合、FDM-RSG による数値解は解析解と大きな誤差を生じた。一方、HPM による解は傾斜した地表面に対しても精度良く表面波伝播を計算することができた。また、同じ HPM でも、粒子を階段状に配置した場合と、地表面に沿うように粒子をずらして配置した場合には、粒子をずらした方が精度良く表面波伝播の計算ができることがわかった。いずれの方法にせよ、HPM は FDM-RSG より精度良く表面波伝播が再現できており、このことから、任意の地表面形状を有する地盤モデルにおける表面波伝播シミュレーションに対する HPM の優位性が示された。

続いて、振源周波数と振源・受振器間距離を変化させて同様のシミュレーションをおこない、最小波長内の粒

子数や伝播距離が HPM の精度にどのように影響を及ぼすかを検討した。階段状に粒子を配置した場合だと、最小波長内の粒子数が 19 個のケースで約 16 波長分、12 個のケースで約 3 波長分までしか Misfit < 10 % を達成できなかった。一方、地表面に沿うように粒子をずらして配置した場合には、最小波長内の粒子数が 12 個のケースでも 20 波長分以上の伝播距離で Misfit < 10 % を達成することができた。この結果より、周波数や伝播距離にかかわらず、階段状に粒子を配置して地表面を表現する方法より、地表面形状に合わせて粒子位置をずらして配置する方法の方が、より少ない粒子数でも精度良く表面波伝播を計算できることがわかった。

本研究では地下の媒質は均質であるとして不均質は扱わなかったが、著者らは過去の研究において堆積盆地を模擬した地表付近の低速度層を含めた地震波伝播シミュレーションをおこなっている (Takekawa et al. 2011b)。その際、低速度層付近のみ局所的に解像度を上げるために、粒子分割による精度改善手法が用いられている。差分法で局所的に解像度を上げたい場合、不連続格子を用いて対象付近のみ格子を細かく切るなどの方法が考えられる (Aoi and Fujiwara, 1999)。有限要素法でも同様に、対象付近に小さな要素を配置すれば解像度を上げることができる。しかし、不連続格子を用いた差分法では解像度の異なる境界に特別な処理が、有限要素法ではメッシュを切り直す必要が生じる。一方で、HPM では離散化に必要なのは粒子座標と粒子が占める体積だけなので、解像度を上げたい領域の粒子を分割するだけで容易に精度を向上させることができる。

現実的な地盤をモデル化するには地表付近の強い媒質不均質や、地表面の凹凸を考慮する必要があるが、Takekawa et al. (2011b) や本研究における結論より、HPM により地震探査や土木・防災分野での地震動計算を簡便かつ精度良く行えることが示された。

謝辞

本研究は日本学術振興会の科研費 MEXT/JSPS (若手(B) 課題番号: 24760361) の助成を受けておこなわれたものです。また、匿名の査読者 2 名のご意見は本稿を

改善する上で有益でした。ここに記して謝意を表します。

参 考 文 献

- Aoi, S. and Fujiwara, H. (1999) : 3D finite-difference method using discontinuous grids, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **89**, 918-930.
- Bohlen, T. and Saenger, E. (2006) : Accuracy of heterogeneous staggered-grid finite-difference modeling of Rayleigh waves, *Geophysics*, **71**, T109-T115.
- Chikazawa, Y., Koshizuka, S. and Oka, Y. (2001) : A particle method for elastic and visco-plastic structures and fluid-structure interactions, *Compt. Mech.*, **27**, 97-106.
- Cunha, C. A. (1993) : Elastic modeling in discontinuous media, *Geophysics*, **59**, 1840-1851.
- Graves, R. (1996) : Simulating seismic wave propagation in 3D elastic media using staggered-grid finite differences, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **86**, 1091-1106.
- 近藤雅裕, 鈴木幸人, 越塚誠一 (2007) : 最小自乗近似による粒子法弾性解析手法の振動抑制, *Transactions of JSCES*, Paper No.20070031.
- 近藤雅裕, 山田祥徳, 酒井幹夫, 越塚誠一 (2010) : 粉体の充填状態を考慮した粒子法弾性解析手法の開発, *粉体工学会誌*, **47**, 531-538.
- Kondo, M., Suzuki, Y. and Koshizuka, S. (2010) : Suppressing local particle oscillations in the Hamiltonian particle method for elasticity, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, **81**, 1514-1528.
- Kristekova, M., Kristek, J., Moczo, P. and Day, S. M. (2006) : Misfit criteria for quantitative comparison of seismograms, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **96**, 1836-1850.
- Levander, A. (1988) : Fourth-order finite-difference P-SV seismograms, *Geophysics*, **53**, 1425-1436.
- O'Brien, G., Bean, C. and Tapamo, H. (2009) : Dispersion analysis and computational efficiency of elastic lattice methods for seismic wave propagation, *Computers and Geosciences*, **35**, 1768-1775.
- O'Brien, G. and Bean, C. (2011) : An irregular lattice method for elastic wave propagation, *Geophys. J. Int.*, **187**, 1699-1707.
- Saenger, E., Gold, N. and Shapiro, S. (2000) : Modeling the propagation of elastic waves using a modified finite-difference grid, *Wave motion*, **31**, 77-92.
- Suzuki, Y. and Koshizuka, S. (2008) : A Hamiltonian particle method for non-linear elastodynamics, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, **74**, 1344-1373.
- Takekawa, J., Madariaga, R., Mikada, H. and Goto, T. (2011a) : A particle method for seismic wave propagation on arbitrary surface of the ground, *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, **30**, 2904-2908.
- Takekawa, J., Madariaga, R., Mikada, H. and Goto, T. (2011b) : Applicability of a particle method with arbitrary particle refinement for elastic wave propagation, *Proc. 10th SEGJ International Symposium - Imaging and Interpretation*, 290-293.
- 武川順一, 三ヶ田均, 後藤忠徳 (2011) : 地震波動伝播シミュレーションにおける粒子法の適用性に関する研究, *物理探査*, **64**, 3, 187-195.
- Toomey, A. and Bean, C. (2000) : Numerical simulation of seismic waves using a discrete particle scheme, *Geophys. J. Int.*, **141**, 595-604.
- Zahradnik, J., Moczo, P. and Hron, F. (1993) : Testing four elastic finite difference schemes for behavior at discontinuities, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **83**, 107-129.

Accuracy of a particle method for modeling of Rayleigh waves

Junichi TAKEKAWA*, Hitoshi MIKADA* and Tada-nori GOTO*

ABSTRACT

Numerical simulation of seismic waves in a model realistically accommodating arbitrary shaped topography is important in exploration geophysics, earthquake disaster mitigation, environmental/civil engineering applications, etc. Finite difference method (FDM) can be applied to fairly complex model with simple manner using rotated staggered grid (RSG) technique. However, RSG scheme requires many grid points per a minimum wavelength to assure the accuracy sufficient for the simulation of surface waves propagating on an arbitrary-shaped ground surface. On the other hand, a Hamiltonian particle method (HPM) has been applied to simulate surface wave propagation taking advantage of the simplicity in the accommodation of free-surfaces. Although the particle method successfully simulated surface wave propagation, the accuracy of the method for modeling Rayleigh waves has not been verified quantitatively.

In the present study, we investigate the accuracy of a Hamiltonian particle method, which is one of the particle methods, for the simulation of Rayleigh wave propagation. We calculate seismograms of the Lamb's problem using HPM and FDM with RSG (FDM-RSG), and compare them with those from the analytical approach. FDM-RSG solutions have the highest accuracy for a model with a simple planar free surface aligned with the grid structure, however, suffer from the effect of inclined slope that may not be aligned with grids while those of HPM keep the accuracy enough to be applied in case of the inclined slope. We also investigate the accuracy of HPM for a range of the source frequencies and the offset distances. The results show that HPM can simulate surface wave propagation with smaller number of particles than FDM-RSG. Our numerical results indicate that HPM has some advantages over FDM-RSG in terms of the accuracy for modeling surface waves on arbitrary topography.

Keywords: Particle method, Surface wave, Numerical simulation, Free surface

Manuscript received XXXXX XX, 20XX; Accepted XXXXX XX, 20XX.

* Kyoto University
Kyotodaigaku-Katsura, Nishikyo-ku, Kyoto, 615-8540,
Japan